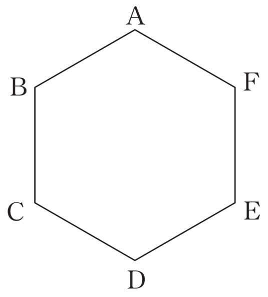
第 5 講　さまざまな試行と確率，期待値

PART1　反復試行の確率

1 右図のような正六角形 ABCDEF において，点 A を出発点として周上の点を移動する点 P がある。1 枚の硬貨を投げて表が出たときは左回りに 3 個，裏が出たときは右回りに 1 個分進む。



(1)　硬貨を 3 回投げて, 点 P が点 D にある確率を求めよ。

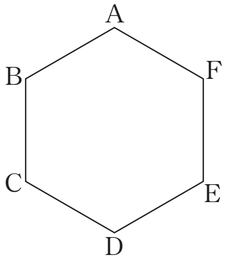
(2)　硬貨を 6 回投げて，点 P が点 E にある確率を求めよ。

Point Pickup

反復試行により数直線上の点や図形上の頂点を動く動点の問題は，事象が起こる回数を x，y などの文字で表し，移動の向きを考慮した移動量を文字を使って表す。

第 5 講　PART1　確認問題

右図のような正六角形 ABCDEF において，点 A を出発点として周上の頂点を移動する点 P がある。さいころ 1 個を投げて 3 以上の目が出たときは左回りに頂点 4 個分，2 以下の目が出たときは右回りに頂点 1 個分進む。



1　さいころを 4 回投げて，点 P が点 B にある確率を求めよ。

$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$

2　さいころを 7 回投げて，点 P が点 E にある確率を求めよ。

$\dfrac{\boxed{\text{エオカ}}}{\boxed{\text{キクケコ}}}$

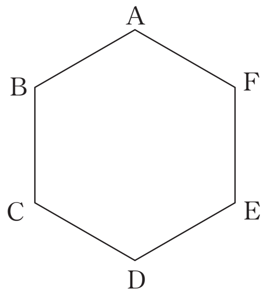
第 5 講　さまざまな試行と確率，期待値

PART1　反復試行の確率

1 右図のような正六角形 ABCDEF において，点 A を出発点として周上の点を移動する点 P がある。1 枚の硬貨を投げて表が出たときは左回りに 3 個，裏が出たときは右回りに 1 個分進む。

(1) 硬貨を 3 回投げて, 点 P が点 D にある確率を求めよ。

(2) 硬貨を 6 回投げて，点 P が点 E にある確率を求めよ。



表が x 回，裏が y 回出たとすると，点 P は左回りに $3x-y$ だけ進む。

(1) $x+y=3$ より，点 P は左回りに

$$3x-(3-x)=4x-3$$

だけ進む。$0 \leqq x \leqq 3$ より $-3 \leqq 4x-3 \leqq 9$ であるから，点 P が点 D にあるのは

$$4x-3=-3,\ 3,\ 9$$

のとき。x は整数より $x=0,\ 3$

よって，求める確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{4}$

(2) $x+y=6$ より，点 P は左回りに

$$3x-(6-x)=4x-6$$

だけ進む。$0 \leqq x \leqq 6$ より $-6 \leqq 4x-6 \leqq 18$ であるから，点 P が点 E にあるのは

$$4x-6=-2,\ 4,\ 10,\ 16$$

のとき。x は整数より $x=1,\ 4$

よって，求める確率は ${}_6C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^5+{}_6C_4\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{21}{64}$

第 5 講　PART1　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：8，イウ：81

[解説]

さいころ 1 個を投げて 3 以上の目が出る確率は

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

2 以下の目が出る確率は

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

3 以上の目が x 回，2 以下の目が y 回出たとすると，

点 P は左回りに $4x-y$ だけ進む。 **[A]**

また，さいころを 4 回投げるから　$x+y=4$

よって，点 P は左回りに

$$4x-(4-x)=5x-4$$

だけ進む。

$0 \leqq x \leqq 4$ より，$-4 \leqq 5x-4 \leqq 16$ であるから，点 P が点 B にあるのは

$$5x-4=1,\ 7,\ 13$$

のときである。

x は整数より　$x=1$

よって，求める確率は

$${}_4C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{4\cdot 2}{3^4}=\mathbf{\frac{8}{81}}$$ **[B]**

[A]　数直線上の点や図形上の頂点を動く動点の問題で反復試行の確率を用いるときは，事象が起こる回数を x，y などとおき，移動量を文字で表して考える。

[B]　反復試行の確率
1 回の試行で事象 A が起こる確率を p とすると，事象 A がちょうど r 回起こる確率は
$${}_nC_r\,p^r\,(1-p)^{n-r}$$
ただし $r=0$，1，2，……，n

2 **[正解]** エオカ：142，キクケコ：2187

[解説]

さいころ 1 個を投げて 3 以上の目が出る確率は　$\dfrac{2}{3}$

2 以下の目が出る確率は　$\dfrac{1}{3}$

3 以上の目が x 回，2 以下の目が y 回出たとすると，

点 P は左回りに $4x-y$ だけ進む。 [A]

また，さいころを 7 回投げるから　$x+y=7$

よって，点 P は左回りに

$$4x-(7-x)=5x-7$$

だけ進む。

$0\leqq x\leqq 7$ より，$-7\leqq 5x-7\leqq 28$ であるから，点 P が点 E にあるのは

$$5x-7=-2,\ 4,\ 10,\ 16,\ 22,\ 28$$

のときである。

x は整数より　$x=1,\ 7$

よって，求める確率は

$$ {}_7\mathrm{C}_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^6+\left(\frac{2}{3}\right)^7=\frac{7\cdot 2+2^7}{3^7} \quad \text{[B]}$$

$$=\frac{14+128}{2187}$$

$$=\boldsymbol{\frac{142}{2187}}$$